

In der folgenden Übungen wollen wir ein klassisches Problem der Quantenmechanik studieren. Dieses etwas “unrealistische” Problem dient der Vorbereitung auf realistischere Probleme, an denen so wichtige quantenmechanische Effekte wie der Tunneleffekt verstanden werden können.

Teilchen im unendlich tiefen Potentialtopf: Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einer Raum-Dimension in einem Potentialtopf der Form

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \in [-L, L], \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. *Aufstellen der Gleichung:* Bestimmen Sie den Hamiltonoperator (das ist der Operator, der die Gesamtenergie misst) für dieses System. Wie lautet die zeitunabhängige Schrödingergleichung in der Ortsdarstellung?
2. *Aufstellen der Randbedingungen:* Wie lauten die Randbedingungen für die Wellenfunktion $\Psi(x)$ bei $x = \pm L$?
[Tipp: Wie groß ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im Bereich $|x| > L$?]
3. *Finden der Lösung:* Lösen Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung unter Berücksichtigung der Randbedingungen. Bestimmen Sie die Symmetrie-Eigenschaften (Parität) und die Normierung der Wellenfunktionen.
4. *Erwartungswerte:* Berechnen Sie die Mittelwerte von Orts- und Impuls-Operator sowie von deren Quadraten in den stationären Zuständen aus (3.). Wie groß ist das Unschärfeprodukt?